INSPECTION D'ACADEMIE DE TAMBACOUNDA **Année scolaire 2023 / 2024**

Niveau : 1re L

Durée : 02heures

Composition harmonisée du premier semestre : Correction Epreuve de Mathématiques

EXERCICE 1 : **(5points)**

Recopie sur ta copie puis complète les phrases suivantes.

1. *Si α est solution d'un polynôme P alors P(x) est factorisable par (x −α).*
2. *La forme factorisée d'un trinôme du second degré* $ax^2 + bx + c$ *avec* $a \neq 0$ *dont le discriminant* $\Delta > 0$ *est* $a(x-x_1)(x-x_2)$ *avec* $x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$ *et* $x_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$.
3. *La racine double d'une équation du second degré* $ax^2 + bx + c = 0$ *avec* $a \neq 0$ *est* $x_0 = \frac{-b}{2a}$.
4. *Le polynôme G(x)* $= \frac{1}{3}x^5 - x^3 - 10x + 7$ a pour degré 5 et ses coefficients sont : $\frac{1}{3}\ ; 0\ ; -1;\ \ 0\ ; -10\ et\ 7.$
5. *On appelle polynôme toute somme algébrique de plusieurs monômes.*

EXERCICE 2 : **(9points)**

Soit le polynôme P(x)= $3x^3 - x^2 - 8x - 4$.

1. P(2) = 24—24 = 0 donc 2 est une racine de P(x).
   2 étant une racine de P(x) donc il existe un autre polynôme Q de degré 2 tel que :
   P(x) = (x -2) Q(x).
2. Déterminons le polynôme Q(x) par la méthode d'identification.
   P(x) = (x —2) Q(x) avec Q(x) = $ax^2 + bx + c$ *et avec* $a \neq 0$
   $\Leftrightarrow$ P(x) = (x —2)($ax^2 + bx + c)$
   $\Leftrightarrow$ P(x) = $ax^3 + bx^2 + cx - 2ax^2 - 2bx - 2c.$
   $\Leftrightarrow$ P(x) = $ax^3 + (b-2a)x^2 + (c-2b)x - 2c.$

   Or P(x) = $3x^3 - x^2 - 8x - 4$ donc par identification ,on a : $\begin{cases} a = 3 \\ b - 2a = -1 \\ c - 2b = -8 \\ -2c = -4 \end{cases}$

   $\Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = 5 \\ c = 2 \end{cases}$ Donc Q(x) $= 3x^2 + 5x + 2$.
3. Factoriser Q(x) puis en déduire une factorisation complète de P(x).
   Q(x) $= 3x^2 + 5x + 2 = 0$
   $\Delta = 5^2 - 4(3)(2) = 1 > 0$ $\quad x_1 = \frac{-5-1}{6} = -1\ et\ x_2 = \frac{-5+1}{6} = \frac{-2}{3}$
   Donc Q(x) $= 3(x+1)(x+\frac{2}{3})$
   D'où P(x) $= 3(x-2)(x+1)(x+\frac{2}{3})$.
4. Résolvons dans IR .
   a. P(x)=0 $\Leftrightarrow 3(x-2)(x+1)(x+\frac{2}{3}) = 0$

$\Leftrightarrow$ x=2 ou $x=-1$ou $x=\frac{-2}{3}$ car $3\neq 0$ d'où S = $\left\{-1;\frac{-2}{3};2\right\}$.

b. P(x)≥0

Dressons le tableau de signes

x	$-\infty$ $\quad$ -1		$\frac{-2}{3}$ $\quad$ 2	$+\infty$
X −2	−	−	−	+
$3x^2+5x+2$	+	−	+	+
P(x)	−	+	−	+

Donc S = $\left[-1;\frac{-2}{3}\right]\cup[2\,;+\infty[$

c. P(x+3)=0 ⟺P(y)=0 avec y = x+3

⟺y=2 ou $y=-1$ou $y=\frac{-2}{3}$ d'après 4a)

⟺x+3=2 ou x+3 =−1 ou x+3 = $\frac{-2}{3}$

⟺ $x=-1$ ou $x=-4$ ou $x=\frac{-11}{3}$ d'où S = $\left\{-1;\frac{-11}{3};-4\right\}$.

EXERCICE 3 : **(6points)**

Résolvons dans IR^3 par la méthode du pivot de GAUSS les systèmes suivants :

1. $\begin{cases} x+y+z=6 \ L_1 \\ -2x-3y+2z=-5 \ L_2 \\ 3x-2y-2z=3 \ L_3 \end{cases}$

$\Leftrightarrow\begin{cases} x+y+z=6 \ L_1 \\ -y+4z=7 \ L'_2 \quad \rightarrow 2L_1+L_2 \\ 5y+5z=15 \ L'_3 \rightarrow 3L_1-L_3 \end{cases}$

$\Leftrightarrow\begin{cases} x+y+z=6 \ L_1 \\ -y+4z=7 \ L'_2 \\ 25z=50 \ L''_3 \end{cases}$

$L''_3 \Leftrightarrow z=2$

$L'_2 \Leftrightarrow y=1$

$L_1 \Leftrightarrow x=3$ *d'où* $S=\{(3;1;2)\}$

2. $\begin{cases} 3x-y-4z=1 \ L_1 \\ y-z=3 \ L_2 \\ -2z=6 \ L_3 \end{cases}$

$L_3 \Leftrightarrow z=-3$

$L_2 \Leftrightarrow y=0$

$L_1 \Leftrightarrow x=\frac{-11}{3}$ *d'où* $S=\left\{\left(\frac{-11}{3};0;-3\right)\right\}$

$\boldsymbol{fin\ de\ la\ correction}$!!